

Colle du 12/11 - Sujet 1
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours.

1. Caractériser les racines n -ièmes de l'unité par une somme.
2. Énoncer et démontrer la relation entre $\arctan(x)$ et $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ sur \mathbb{R}_+^* .

Exercice 1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $\arctan\left(\frac{1}{x}\right) + \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\pi}{4}$.

Exercice 2. Résoudre l'équation $iz^{2n} + (1+i)z^n + 1 = 0$ d'inconnu $z \in \mathbb{C}$.

Colle du 12/11 - Sujet 2
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours.

1. Définir j . Que vaut j^2 ? j^3 ? $1+j+j^2$?
2. Démonstration de l'écriture polaire des racines n -ièmes de l'unité.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\arcsin(2x) = \arcsin(x) + \arcsin(\sqrt{2}x)$.

Exercice 2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $27(z-1)^6 + (z+1)^6 = 0$.

Colle du 12/11 - Sujet 3
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours.

1. Donner le domaine de dérivabilité et la dérivée de la fonction sinus hyperbolique et de la fonction arccosinus.
2. Justifier la dérivabilité de la fonction arcsin et calculer sa dérivée.

Exercice 1. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos(n\theta)$.

Exercice 2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\arccos(x) = \arcsin(1-x)$.