



**Colle du 12/11 - Sujet 1**  
**Fonctions usuelles et équations complexes**

**Question de cours.**

1. Caractériser les racines  $n$ -ièmes de l'unité par une somme.
2. Enoncer et démontrer la relation entre  $\arctan(x)$  et  $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

**Exercice 1.** Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\arctan\left(\frac{1}{x}\right) + \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ .

**Exercice 2.** Résoudre l'équation  $iz^{2n} + (1+i)z^n + 1 = 0$  d'inconnu  $z \in \mathbb{C}$ .



**Colle du 12/11 - Sujet 2**  
**Fonctions usuelles et équations complexes**

**Question de cours.**

1. Définir  $j$ . Que vaut  $j^2$  ?  $j^3$  ?  $1+j+j^2$  ?
2. Démonstration de l'écriture polaire des racines  $n$ -ièmes de l'unité.

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\arcsin(2x) = \arcsin(x) + \arcsin(\sqrt{2}x)$ .

**Exercice 2.** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $27(z-1)^6 + (z+1)^6 = 0$ .



**Colle du 12/11 - Sujet 3**  
**Fonctions usuelles et équations complexes**

**Question de cours.**

1. Donner le domaine de dérивabilité et la dérivée de la fonction sinus hyperbolique et de la fonction arccosinus.
2. Justifier la dérivabilité de la fonction arcsin et calculer sa dérivée.

**Exercice 1.** Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ . Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos(n\theta)$ .

**Exercice 2.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\arccos(x) = \arcsin(1-x)$ .